

## محاضرات الدفتر

القسم : كلية - رياضيات السنة : الرابعة +ج المادة : منطق رياضي المحاضرة : الحادية عشر

### سبل المحاكمات المنطقية

تعريف : لمحاكمة المنطقية :  
هي مجموعة منتهية من العبارات المنطقية  $P_1, P_2, \dots, P_n$  بالإضافة إلى عبارة  $Q$  هي النتيجة أو المحصلة وتكتب  
المحاكمة المنطقية كما يلي :

$$\left. \begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{array} \right\} \text{ (المعطيات) } .$$

.....  $Q$  (النتيجة) .

أمثلة

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q$$

\* صحتها تكون العبارة المنطقية ، المحاكمة المنطقية صحيحة إذا كانت العبارة  
الافتراضية \*  $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n$  تؤول إلى  $Q$  إذا توفّر الشرط التالي :

كل  $P_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) صحيحة فإن النتيجة  $Q$  صحيحة أيضاً إن  
عندها تكون العبارة \*

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \Rightarrow Q$$

استدللاً أو تؤول إلى

علامات

أما إذا لم يتوفّر هذا الشرط من أن المحاكمة فإنا نقول أن المحاكمة غير صحيحة  
(باطلة) :

إذا كانت إحدى المعطيات غير الأقل فإثباته فإن المحاكمة تكون صحيحة مهما كانت  
قيمة الحقيقة لـ  $Q$  .

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

مثال (1) -

أثبت أن المحاكاة التالية صحيحة :

إذا نال أحمد درجة 80 على الأقل في امتحان الجبر فإنه سيتخرج هذا العام وقد نال أحمد درجة 85 في امتحان الجبر إذاً أحمد سيتخرج هذا العام .

الحل :

لكن  $P$  : أحمد نال 80 على الأقل في امتحان الجبر  
 $Q$  : أحمد سيتخرج هذا العام .

المعطيات :

$$P \Rightarrow Q$$

النتيجة :

$Q$

$$P \Rightarrow Q$$

$P$

$Q$

$$(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$$

الفرضيات		النتيجة		المحاكاة
$P$	$Q$	$P \Rightarrow Q$	$(P \Rightarrow Q) \wedge P$	
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

المحاكاة المنطقية صحيحة .

مثال (2) -

أثبت أن المحاكاة التالية صحيحة :



## محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

العدد الصحيح  $n$  هو إما عدد زوجي أو عدد فردي ولكن  $n$  ليس  
زوجياً إذاً :  $n$  هو عدد فردي

الكل  $p$  ليس  $q$  هو عدد صحيح  $n$  عدد زوجي  
 $q$  العدد الصحيح  $n$  هو عدد فردي

$p \vee q$  و  $\sim p$

المعطيات :

إذاً النتيجة :

$p \vee q$

$\sim p$

$q$

$$(p \vee q) \wedge (\sim p) \Rightarrow q$$

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge (\sim p)$	$q$
1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0

المحاكمة المنطقية لصحة

مثال (3)

سواءً إذا كانت المحاكمة التالية لصحة أم خاطئة .  
إذا كانت أسئلة الامتحان الأولية فإن الامتحان صعب ولكن الامتحان صعب  
إذاً أسئلة الامتحان الأولية .

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

الحل :

ليكن  $p$  - ائلة الامتحان طويلة

$q$  - الامتحان صعب

$p \Rightarrow q$  و  $q$

$p$

المعطيات :

النتيجة :

$p \Rightarrow q$

$q$

$p \therefore$

$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$

المعطيات :

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$p$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	0

المحاكمة المنطقية خاطئة (باطلة).

قواعد الاستنتاج :

نقدم فيما يلي بعض المحاكمات الأساسية الصحيحة التي تعتبر قواعد للاستنتاج وتفيد في تبسيط المحاكمات المنطقية وتسهيل عملية التأكد من صحتها أو خطئها.

$p \Rightarrow p \vee q$

أو

$\frac{p}{p \vee q}$

الجمع



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$p \wedge q$$

$$\begin{array}{l} p \\ \hline q \end{array}$$

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

[2] - قاعدة الاختصار

$$\begin{array}{l} p \\ q \end{array}$$

$$p \wedge q$$

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \end{array}$$

[4] - الشرطية

$$q$$

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \sim q \end{array}$$

[5] - !

$$\sim p$$

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \end{array}$$

وكذلك

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \end{array}$$

[6] -

$$q$$

$$p$$

$$p \Rightarrow q$$

(7) - هم

$$q \Rightarrow s$$

$$p \Rightarrow s$$

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$P \Rightarrow Q$$

$$r \Rightarrow s$$

$$q \vee s$$

مثال 8

مثال : اثبت باستخدام قواعد الاستنتاج ان  $P \Rightarrow Q$  هي المحاكاة المنطقية التالية.

$$A \wedge (B \vee C)$$

$$\neg C$$

$$B \Rightarrow \neg A$$

$$\neg A$$

مثال (2)

$$A \wedge (B \vee C) \Rightarrow$$

$$B \vee C \Rightarrow$$

مثال (6)

$$B$$

مثال (4)

$$\neg A$$

$$\neg C$$

$$B \Rightarrow \neg A$$

$$B \Rightarrow \neg A$$

$$\neg A$$

المحاكاة المنطقية صحيحة تأكد من هذا الكمال باستخدام جدول الحقيقة  
معين الأسطر الحرة :

( الجدول في الصفحة التالية )



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$\neg C$	$B \Rightarrow \neg A$	$\neg A$	المحاكمة
1	1	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1

المحاكمة لجمعية ولا يوجد شرط حرجية

فقال :

باستخدام قواعد الاستنتاج المحاكاة المنطقية التالية

$$p \vee q \Rightarrow s$$

$$s \Rightarrow r$$

$$\neg(r \vee q)$$

$$\neg p$$

$$2^4 = 16 \text{ قيمة للقيمة}$$

الكل

$$\begin{array}{l} p \vee q \Rightarrow s \\ s \Rightarrow r \\ \neg(r \vee q) \end{array} \Rightarrow p \vee q \Rightarrow r \quad \begin{array}{l} (2) \\ (5) \end{array} \Rightarrow \neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

$$\neg p$$

$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$$

## محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

المحاكمة المنطقية صحيحة تأكد من ذلك باستخدام جدول الحقيقة مع الإشارة إلى الأسطر الخرجية إن وجدت .

مثال :

أثبت أن المحاكمة التالية صحيحة :  
إذا رجع النائب نفسه لدراسة المجلس فإنه ينتخب .  
وإذا حضر النائب الاجتماع فإنه سيرشح نفسه لرئاسة المجلس .  
إما أن يحضر النائب الاجتماع أو أنه سيسافر إلى أوروبا .  
ولكن النائب لا يمكن أن يسافر إلى أوروبا .  
إذًا النائب سينتخب رئيسًا للمجلس .

الحل :  
p - ترشح النائب نفسه لرئاسة المجلس .  
q - ينتخب النائب رئيسًا للمجلس .  
r - حضور الاجتماع .  
s - السفر إلى أوروبا .

المعطيات :  $p \Rightarrow q$  و  $r \Rightarrow p$  ،  $r \vee s$  ،  $\neg s$

النتيجة : q

$$p \Rightarrow q$$

$$r \Rightarrow p$$

$$r \vee s$$

$$\neg s$$

$$q$$

باستخدام قواعد

الاستنتاج :



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ r \Rightarrow p \\ r \vee s \\ \neg s \end{array} \left[ \begin{array}{l} \text{مب 7} \\ \Rightarrow \\ r \Rightarrow q \\ \text{مب 4} \\ \Rightarrow \\ r \end{array} \right] \Rightarrow q$$

ق ١٠

مثال :

باستخدام جدول الحقيقة بين فيما إذا كانت المحاكمة المنطقية أم لا مع الإشارة إلى الأسطر الخرجية :

$$p \vee q$$

$$q \rightarrow r$$

$$p \rightarrow s$$

$$\neg s$$

$$r$$

الجدول في الصفحة التالية :

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

P	q	r	s	المتبة				r
				①	②	③	④	
				$P \vee q$	$q \rightarrow r$	$P \rightarrow s$	$\sim s$	
1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	0

المحاكمة لـ كسيرة

النتيجة المحيطة